

Résumé

Les travaux présentés dans ce mémoire constituent une contribution à la simplification des systèmes stochastiques représentés par des chaînes de Markov.

Après la décomposition d'une chaîne de Markov en classes d'états communicants, seules les classes finales ergodiques présentent un intérêt pour l'étude de l'évolution du système. Selon le critère de communication des états, chacune de ces classes constitue une chaîne de Markov irréductible. L'équation fondamentale d'une chaîne de Markov a une structure similaire à celle d'une équation d'état d'un système dynamique discret. Cette similitude apparaît dans les formes de l'équation et des solutions. Ceci nous a permis d'adapter les techniques de perturbations singulières pour la simplification des chaînes de Markov de grande dimension.

Nous définissons ainsi la propriété de double échelle de temps d'une chaîne de Markov irréductible ergodique. L'application des perturbations singulières sur ces modèles permet d'obtenir un sous-système lent qui contient le spectre dominant de la matrice de transition initiale. Ce sous-système conserve par conséquent l'essentiel des caractéristiques probabilistes de la chaîne de Markov initiale. La résolution de la chaîne de Markov initiale est ainsi ramenée à la résolution de sa partie lente stochastique.

Les probabilités d'état d'une chaîne de Markov ergodique tendent vers des valeurs finies non nulles. Lorsque ces valeurs limites peuvent être regroupées en deux groupes de grandeurs différentes, il nous a paru intéressant d'introduire une technique de simplification basée sur la notion de pondération des probabilités. Dans ce sens, nous donnons une nouvelle définition concernant la propriété de double échelle de pondération et une méthode de découplage qui lui est associée. Celle-ci permet d'avoir deux sous-systèmes découplés : un sous-système à probabilités fortes et un sous-système à probabilités faibles.

L'utilisation conjointe de l'échelle de temps et de l'échelle de pondération permet le développement d'une nouvelle méthode de réduction de la chaîne de Markov qui consiste à éliminer les états faibles et rapides du système. Le modèle réduit ainsi obtenu garde les états les plus importants de la chaîne de Markov et présente la propriété de stochasticité.

La détermination des lois de commande des chaînes de Markov à commande est ensuite développée. Nous étudions plus particulièrement la classe des chaînes de Markov bilinéaires. La commande de ce type de systèmes est étudiée sous deux approches. Dans la première, la définition de la double échelle de temps des chaînes de Markov à commande conduit à l'application des perturbations singulières. Dans la seconde, la propriété de double échelle de pondération redéfinie dans le cas des chaînes de Markov à commande permet de généraliser le découplage en régime permanent.

Dans le but d'appliquer l'ensemble des techniques développées, nous avons étudié un système hydro-énergétique situé sur le cours du Doubs en Franche-Comté. Dans un premier temps, nous avons identifié et modélisé le système du point de vue énergétique et des ressources d'eau. Le modèle retenu est sous la forme d'une chaîne de Markov à commande de grande dimension. Vu le caractère des variables retrouvées qui sont à évolution asymptotique différente, nous effectuons une mise en évidence de la double échelle de pondération des modèles de chaque barrage, en retenant uniquement les sous-systèmes forts. Avec ces sous-systèmes d'ordre réduit, nous construisons le modèle global sur lequel nous effectuons le calcul de la commande optimale servant à une gestion quasi-optimale du système hydro-énergétique étudié.

Mots clés :

Chaînes de Markov, Chaînes de Markov à Commande, Ergodicité, Systèmes Bilinéaires, Perturbations Singulières, Double Echelle de Temps, Double Echelle de Pondération, Réduction d'Ordre, Systèmes Hydro-Energétiques.