

## Résumé :

*Les travaux présentés dans ce mémoire constituent une contribution à la simplification des systèmes stochastiques représentés par des chaînes de Markov irréductibles ergodiques de grande dimension. L'équation fondamentale d'un tel système présente une structure similaire à celle de l'équation d'état d'un système dynamique discret. Ceci nous a permis d'adapter les techniques de perturbations singulières pour simplifier les chaînes de Markov de grande dimension. La résolution de la chaîne de Markov initiale est ainsi ramenée à la résolution de sa partie lente qui conserve les caractéristiques probabilistes du système initial. Lorsque les probabilités limites d'une chaîne de Markov ergodique peuvent être séparées en deux groupes de grandeurs différentes, nous introduisons une technique de découplage en régime permanent, basée sur la notion de pondération des probabilités. Nous obtenons ainsi un sous système fort et un sous-système faible qui présentent la propriété de stochasticité. L'utilisation conjointe de l'échelle de temps et de l'échelle de pondération permet le développement d'une nouvelle méthode de réduction de la chaîne de Markov qui consiste à éliminer les états faibles et rapides du système. La détermination des lois de commande de la classe de chaînes de Markov de type bilinéaires est ensuite développée sous deux approches. Dans la première, la définition de la double échelle de temps des chaînes de Markov à commande conduit à l'application des perturbations singulières. Dans la seconde, la propriété de double échelle de pondération permet de généraliser le découplage en régime permanent. Pour illustrer l'efficacité des techniques développées, nous présentons l'étude d'un système hydro-énergétique situé sur le cours du Doubs en Franche-Comté. Dans un premier temps, nous identifions et modélisons le système du point de vue énergétique et des ressources d'eau. Le modèle retenu pour représenter la gestion des ressources d'eau est sous la forme d'une chaîne de Markov à commande. Vu l'évolution asymptotique différente des variables retrouvées, nous effectuons une mise en évidence de la double échelle de pondération du modèle de chaque barrage, en retenant uniquement les sous-systèmes forts. Avec ces sous-systèmes d'ordre réduit, nous construisons le modèle global sur lequel nous effectuons le calcul de la commande optimale.*

## Mots clés :

*Chaîne de Markov, Chaîne de Markov à Commande, Ergodicité, Système Bilineaire, Perturbations Singulières, Double Echelle de Temps, Double Echelle de Pondération, Réduction d'Ordre, Système Hydro-Energétique.*

## Abstract:

*This work is a contribution to the simplification of stochastic systems represented by large scale irreducible ergodic Markov chains. The fundamental equation of such a system has the same elements as the state equation of a discrete dynamic system. This allows adapting singular perturbation techniques to simplify large scale Markov chains. The resolution of the initial Markov chain is reduced to the resolution of the slow part that conserves the stochastic characteristics of the initial model. When steady state probabilities of an ergodic Markov chain may be separated into two sets with different magnitudes (strong and weak), a technique of simplification based on the notion of state weighting is introduced. The joint use of the two time scale and two weighting scale properties allowed us to develop a new reduction method which eliminates the states characterized by fast and weak evolution of probabilities. The determination of control laws for the class of bilinear Markov decision processes is then developed following two different approaches. In the first one, the definition of the two time scale property of Markov decision processes allows the use of the singular perturbations. In the second one, a redefinition of the two weighting scale property allows the extension of the steady state decoupling to Markov decision processes. To show the efficiency of the developed techniques, we study a hydropower system situated on Doubs River in Franche-Comté. In a first step, identification and modeling of the system are built from the energy and water resources point of view. The retained modeling for water resources management representation has the form of a bilinear Markov decision process. According to the different steady state evolution of the obtained variables, the weighting scale of each dam model is studied, by keeping only the strong sub-systems. Using these sub-systems, a reduced order global model is obtained and the optimal control can be realized.*

## Keywords:

*Markov Chains, Markov Decision Processes, Bilinear Systems, Ergodicity, Singular Perturbation, Two Time Scale, Two Weighting Scale, Order Reduction, Hydropower Systems.*