

INTRODUCTION GENERALE

Les travaux présentés dans ce mémoire constituent une contribution à l'étude des systèmes stochastiques représentés par des chaînes de Markov, dans deux domaines très importants : le découplage des dynamiques basé sur la propriété de double échelle de temps d'une part, et le découplage en régime permanent avec l'introduction de la notion de double échelle de pondération d'autre part.

Les systèmes concernés sont très variés. En raison du nombre important de facteurs d'influence, de nombreux systèmes réels ne peuvent être étudiés qu'en leur associant des modèles aléatoires. Il en est ainsi pour les processus décisionnels, de gestion des systèmes hydro-énergétiques, de détection de pannes, d'étude des phénomènes d'attente, de l'usure et du remplacement des équipements, de la gestion des réseaux routiers, etc.

Dans tous ces cas, se pose le problème du choix d'un modèle, convenant au but poursuivi (analyse, synthèse, commande optimale). Lorsque le type de représentation retenu conduit à un modèle de grande dimension, ou lorsque les valeurs numériques mises en jeu interviennent avec des ordres de grandeur très différents, il s'avère nécessaire de réduire l'ordre du système, pour simplifier et réduire les calculs, ou pour supprimer des imprécisions et des divergences d'algorithmes.

Les travaux de réduction effectués sur les chaînes de Markov, utilisent un certain nombre de méthodes telles que les méthodes graphiques, les méthodes numériques ainsi que les techniques de perturbations régulières. Les méthodes graphiques [ENG, 79], [FAU, 74] basées sur la suppression des noeuds, des boucles et la réunion des branches en parallèle, représentent un travail fastidieux, surtout pour la réduction de graphes complexes. Les méthodes numériques [KU-a, 71], [STE, 78], [PHI, 92] relatives à l'agrégation itérative et le calcul des solutions des états transitoires, présentent le désavantage de traiter un aspect bien précis du comportement du système. Les techniques de perturbations régulières [JAV, 80], [DEL, 81, 83], [SCHW, 86], [KUS, 74], [PHP-c, 81] consistent à étudier séparément des groupes à faibles interconnexions, avec par la suite, la prise en compte des faibles liaisons entre ces groupes d'état.

Pour la réduction des systèmes stochastiques type chaînes de Markov que nous proposons d'étudier, nous utilisons les perturbations singulières. Lorsque les probabilités d'état de vitesses d'évolution différentes sont identifiées et regroupées, la technique des perturbations singulières permet le découplage des dynamiques et la détermination d'un système réduit correspondant au domaine dynamique concerné. Les techniques de perturbations singulières sont basées sur la propriété de double échelle de temps, redéfinie dans le cas des chaînes de Markov. Cette

propriété concerne le comportement des probabilités d'état en régime transitoire.

Pour compléter l'étude sur toute la période d'évolution du système, nous proposons une analyse du comportement asymptotique de la chaîne de Markov ergodique. Nous développons ainsi une méthode de découplage des chaînes de Markov en régime permanent. Dans ce sens, nous introduisons la notion de "double échelle de pondération" signifiant l'existence de groupes d'états avec des probabilités limites très différentes. Cette propriété permet la décomposition du système en deux groupes d'états appelés fort et faible, relativement aux valeurs des probabilités limites associées.

La détermination des lois de commande des chaînes de Markov est ensuite développée sous deux approches. Dans la première, la définition de la double échelle de temps des chaînes de Markov à commande conduit à l'application des perturbations singulières. Dans la seconde, la propriété de double échelle de pondération redéfinie dans le cas des chaînes de Markov à commande permet de généraliser le découplage en régime permanent. Dans les deux cas, les approches obtenues permettent le calcul séparé des commandes des sous-systèmes découplés.

Notre mémoire est structuré en cinq chapitres. Dans le *premier chapitre*, nous introduisons les éléments de base des chaînes de Markov à espace d'état fini, en mettant l'accent sur le rôle important des classes d'états communicants et plus précisément des classes finales ergodiques. Nous présentons aussi les différentes méthodes de perturbations singulières développées dans le cas des systèmes déterministes discrets et continus.

Le *deuxième chapitre* concerne l'adaptation de l'ensemble des techniques de perturbations singulières pour la simplification et la résolution des chaînes de Markov. Après une analyse de la distribution des probabilités d'état, nous définissons la propriété de double échelle de temps d'une chaîne de Markov irréductible ergodique. Ceci nous permet de lui appliquer les différentes techniques de perturbations singulières (modélisations et méthodes de découplage). Nous faisons une étude comparative de l'ensemble de ces techniques, basée sur l'analyse des propriétés des sous-systèmes lent et rapide obtenus.

Dans le *troisième chapitre*, nous introduisons la notion de "double échelle de pondération" d'une chaîne de Markov irréductible ergodique. Cette propriété constitue le résultat de l'analyse du régime permanent d'évolution des probabilités d'état du modèle. Nous introduisons une technique de découplage de la chaîne de Markov en deux sous-systèmes fort et faible. Une dernière méthode de réduction de la chaîne de Markov est basée sur l'utilisation conjointe des propriétés de double échelle de temps et de double échelle de pondération.

La simplification de la commande optimale des chaînes de Markov fait l'objet du *quatrième chapitre*. Dans un premier temps, nous introduisons des éléments de base des chaînes de Markov à commande, en présentant les différents problèmes de commande optimale. La classe de systèmes retenue pour notre étude est celle qui correspond aux systèmes bilinéaires. De tels systèmes ont une structure suffisamment simple pour rappeler les modèles linéaires et un comportement suffisamment variable pour modéliser un système non linéaire. Pour les simplifier, nous effectuons une extension des techniques de perturbations singulières et du découplage en régime permanent qui font appel à la définition de la propriété de la double échelle de temps respectivement de la double échelle de pondération des chaînes de Markov à

commande.

Enfin, le *dernier chapitre* présente une application industrielle concernant la simplification de la gestion d'un système hydro-énergétique situé sur le cours du Doubs, en Franche-Comté. Dans un premier temps, nous procédons à l'identification et la modélisation du système. Nous obtenons ainsi le modèle énergétique et le modèle des ressources d'eau. Entre ces deux modèles, celui des ressources d'eau présente une grande importance dans le contexte écologique actuel. Par conséquent, nous proposons une modélisation des ressources d'eau à l'aide des chaînes de Markov à commande. Le modèle ainsi obtenu étant de grande dimension, nous effectuons une mise en évidence de la double échelle de pondération des modèles de chaque barrage, en retenant uniquement les sous-systèmes forts découplés. Avec ces sous-systèmes d'ordre réduit, nous construisons le modèle global sur lequel nous effectuons le calcul de la commande optimale.